1. $1^2+2^2+3^2+\cdots+100^2=$________。

答案：338350

解析：$\dfrac{100\times101\times201}{6}=338350$

2. 設$\langle a_n\rangle$為一等差數列，已知$\sum_{k=1}^{1000}a_k=-1500$，求$a_{456}+a_{545}=$______。

答案：-3

解析：$\sum_{k=1}^{1000}a_k=-1500$

$\therefore \dfrac{1000}{2}(2a_1+999d)=-1500$

$\therefore 2a_1+999d=-3$

$\therefore a_{456}+a_{545}=(a_1+455d)+(a_1+544d)=2a_1+999d=-3$

3. 設等差數列$\langle a_n\rangle$，前 n 項和為 S_n，若 $S_n=10$，$S_{2n}=17$，則 $S_{3n}=$______。

答案：21

解析：$\because \langle a_n\rangle$為等差數列

$\therefore S_n$，$S_{2n}-S_n$，$S_{3n}-S_{2n}$也為等差數列

即 10，$17-10$，$S_{3n}-17$ 成等差

$\therefore\ 10+(S_{3n}-17)=2\cdot7$

$\therefore\ S_{3n}=21$

4. 連續 100 個整數和為 9050，則此 100 個整數中最大者為________。

答案：140

解析：依題意$\dfrac{100}{2}$〔a_1+a_{100}〕$=9050\ \Rightarrow\ a_1+a_{100}=181$

又$-a_1+a_{100}=99$，解得 $a_{100}=140$

5. 等比級數 $3-1+\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{9}+\cdots+\dfrac{1}{243}$。

(1) 用符號Σ表示為________。

(2) 它們的和為________。

答案：(1) $\sum_{k=1}^{7}3\times\left(\dfrac{-1}{3}\right)^{k-1}$；(2) $\dfrac{547}{243}$

解析：(1) 公比為$\dfrac{-1}{3}$，首項為 3，末項$\dfrac{1}{243}$

$\therefore \dfrac{1}{243}=3\times\left(\dfrac{-1}{3}\right)^{k-1}$，$k=7$　$\therefore$ 原式為$\sum_{k=1}^{7}3\times\left(\dfrac{-1}{3}\right)^{k-1}$

(2) 和為$\dfrac{3\times〔1-(\frac{-1}{3})^7〕}{1-(\frac{-1}{3})}=\dfrac{9}{4}\times〔1-(\dfrac{-1}{2187})〕=\dfrac{547}{243}$

6. $0.9+0.99+0.999+\cdots$之前 n 項之和為______。

答案：$n-\dfrac{1}{9}(1-\dfrac{1}{10^n})$

解析：$0.9+0.99+0.999+\cdots+0.99\cdots9$

$=(1-10^{-1})+(1-10^{-2})+(1-10^{-n})=n-(10^{-1}+10^{-2}+\cdots+10^{-n})$

$=n-\dfrac{\frac{1}{10}(1-\frac{1}{10^n})}{1-\frac{1}{10}}=n-\dfrac{1}{9}(1-\dfrac{1}{10^n})$

7. 一等差級數共有 14 項，其和為 371，若其中偶數項之和與奇數項之和的比為 28：25，則其首項為_____，公差為_____。

答案：7，3

8. 設二等差數列，其第 n 項比為$(2n+4):(3n-13)$，則前 15 項和之比為______。

答案：20：11

解析：設二等差數列為$\langle a_n\rangle$，$\langle b_n\rangle$，其公差分別為 d 與 e，

則$\dfrac{a_n}{b_n}=\dfrac{a_1+(n-1)d}{b_1+(n-1)e}=\dfrac{2n+4}{3n-13}$

$\therefore\ \dfrac{S_{15}}{S'_{15}}=\dfrac{\frac{15}{2}(2a_1+14d)}{\frac{15}{2}(2b_1+14e)}=\dfrac{a_1+7d}{b_1+7e}=\dfrac{a_8}{b_8}=\dfrac{2\cdot8+4}{3\cdot8-13}=\dfrac{20}{11}$

$\therefore$ 所求$=20:11$

9. 化 $0.2\overline{58}$ 為最簡分數=________。

答案：$\dfrac{128}{495}$

解析：$0.2\overline{58}=\dfrac{258-2}{990}=\dfrac{256}{990}=\dfrac{128}{495}$

10. 試求無窮級數

$2+\dfrac{4}{5}+\dfrac{6}{5^2}+\dfrac{8}{5^3}+\dfrac{10}{5^4}+\cdots=$______。

答案：$\dfrac{25}{8}$

解析：